**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 4 листопада 2018 року**

**Завдання. 6 клас**

1. З’ясуйте, чи ділиться сума чисел 1 + 2 + 3 + 4 +...+ 2015 + 2016 + +2017 + 2018 + 2019 на 2019? Відповідь обґрунтуйте.
2. В аеропорту «Бориспіль» є горизонтальна рухома доріжка довжиною 500 метрів, яка переміщує пасажирів зі швидкістю 4 км/год. Тетяна та Оксана одночасно заходять на цю доріжку, причому Тетяна йде доріжкою зі швидкістю 6 км/год, а Оксана стоїть на місці. З’ясуйте, якою буде відстань між дівчатами, коли Тетяна дійде до кінця доріжки? Відповідь обґрунтуйте.
3. У родині четверо дітей, їм 5, 8, 13 і 15 років, а звуть їх Таня, Юра, Світлана та Олена. Одна дівчинка ходить у дитячий садок, Таня старша за Юру, а сума років Тані і Світлани ділиться на 3. З’ясуйте, скільки років кожній дитині. Відповідь обґрунтуйте.
4. У клітинки квадрата 33 по одному записані числа 1, 2, …, 9 так, що сусідні числа стоять у суміжних по стороні клітинках. Відомо, що сума чотирьох чисел, що стоять у кутах квадрата, дорівнює 18. З’ясуйте, яке число записано посередині? Відповідь обґрунтуйте.
5. Вовчик-братик мав 60 монет і збирався витратити їх на смачний обід. Однак прибігла Лисичка-сестричка й підкинула Вовчику-братику одну фальшиву монету. Тепер у Вовчика - братика 61 монета, серед яких одна фальшива. Як йому за два зважування визначити, легша чи важча фальшивка за решту монет?

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів та мобільних телефонів не дозволяється***

**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 4 листопада 2018 року**

**Завдання. 7 клас**

1. Знайдіть добуток коренів рівняння **( |*х|* – 5)( |*х| +*5)= 0.**
2. У школі відбулися три олімпіади. З’ясувалось, що в кожній з них брали участь по 50 школярів. При цьому 60 учнів приходили тільки на одну олімпіаду, а 30 учнів – на дві. Скільки учнів брали участь в усіх олімпіадах?
3. У даний момент сім'я складається з батька, матері та сина. Сума років усіх членів сім'ї дорівнює 65. Чотири роки тому батько був старший за сина в 9 разів. Дев’ять років тому сума років усіх членів сім'ї дорівнювала 40. З’ясуйте, скільки років батькові? Відповідь обґрунтуйте.
4. Знайдiть усі такi двоцифровi натуральнi числа *N*, які дорiвнюють сумі цифр числа *N* до якої додається куб суми цифр числа *N*. Відповідь обґрунтуйте.
5. Яку найбільшу кількість прямокутників розміром 1×5 можна вирізати з квадрата 13×13 ?

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів та мобільних телефонів не дозволяється***

**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 4 листопада 2018 року**

**Завдання. 8 клас**

1. У 8 класі навчається 27 учнів. Дві третини всіх хлопців і три п’ятих всіх дівчат класу відвідує шаховий гурток. Яка кількість учнів класу не відвідують даний гурток?
2. Доведіть, що пари прямих, які містять паралельні сторони паралелограма, відтинають рівні відрізки на прямій, яка є паралельною до однієї з його діагоналей.
3. Яке з чисел більше:

1 – 2 + 3 – 4 + 5 – 6 +… +2017 – 2018 + 2019 чи

1 + 2 – 3 + 4 – 5 + 6 –… – 2017 + 2018 –2019?

1. Заданий ромб, у якого усі сторони та одна з діагоналей рівні 6 см.

Всередині або на сторонах цього ромба вибирають довільним чином 9 точок. Доведіть, що принаймні дві з них знаходяться на відстані не більшій від 3 см.

1. Боря і Ваня грають в наступну гру. За один хід можна помножити записане на дошці число на будь-яке натуральне число від 2 до 9, записати отримане число на дошці, а старе число cтерти. Ходи робляться по черзі. Виграє той, хто першим отримає число, більше за 1000. Першим ходить Боря. Хто виграє при правильній грі?

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів та мобільних телефонів не дозволяється***

**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 4 листопада 2018 року**

**Завдання. 9 клас**

1. Обчисліть значення виразу:

.

1. Уся сім’я випила по повній філіжанці кави з молоком, причому Оленка випила чверть усього молока і шосту частину всієї кави. З’ясуйте, скільки осіб у сім’ї?
2. Розв’яжіть систему рівнянь:
3. У трапеції *ABCD* з основами *AD* і *BC* , *AD* > *BC* , діагоналі *AC* і *BD* перетинаються в точці *E*. Дотична до описаного кола трикутника *BCE*, проведена в точці *E* , перетинає пряму *AD* в точці *F* так, що точка *D* лежить між точками *A* і *F* . Відомо, що *AF =* *a* , *AD =* *b* . Знайдіть довжину відрізка *EF* .
4. Маємо дошку з 2018 рядків та 2019 стовпчиків. З’ясуйте, чи можна забрати дві клітинки з останнього стовпчика так, щоб дошку, яка вийшла, можна було замостити без накладань фігурками, що наведені на рис. 1, які можна повертати. Відповідь обґрунтуйте.

Рис. 1

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів та мобільних телефонів не дозволяється***

**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 4 листопада 2018 року**

**Завдання. 10 клас**

1. Розв’яжіть нерівність: 
2. Побудуйте графік функції: **.**
3. На стороні квадрата зовні побудовано прямокутний трикутник, гіпотенуза якого збігається зі стороною квадрата. Доведіть, що бісектриса прямого кута цього трикутника поділяє площу квадрата навпіл.
4. Дійсні числа ***a, b, c*** задовольняють рівність: .

Доведіть, що принаймні два з них рівні за модулем.

1. У шестицифровому числі Леся поставила знак добутку після перших трьох цифр і виявилось, що цей добуток двох трицифрових чисел у сім разів менший від початкового числа. Знайдіть усі можливі шестицифрові числа, які задовольняють умову.

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів та мобільних телефонів не дозволяється***

**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 4 листопада 2018 року**

**Завдання. 11 клас**

1. Чи існують цілі числа ***m*** і ***n*** такі, що

(*m* + 2016)(*m* + 2017) + (*m* + 2017)(*m* + 2018 )+ (*m*+2016)(*m*+2018)=*n*2.

1. Побудуйте графік функції:



1. Розв’яжiть систему рiвнянь: .
2. Доведіть, що три точки, симетричні точці перетину висот трикутника відносно трьох його сторін, лежать на колі, описаному навколо даного трикутника.
3. В одиничний квадрат (розміром 1см×1см ) помістили 51 точку. Доведіть, що існують три точки, які можна покрити кругом радіуса

 см.

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів та мобільних телефонів не дозволяється***